

### Introducción

En el año 1859 el gran matemático alemán Bernhard Riemann, nuestro protagonista, expuso ante la Academia de Ciencias de Berlín un trabajo titulado “*Über die Anzahl der Primzahlen unter einer gegebenen Grösse*” (Sobre el número de números primos inferiores a una cantidad dada). Este trabajo, contenido en un manuscrito de solo seis páginas, de una profundidad y originalidad fascinantes, dio origen a uno de los problemas matemáticos más atractivos de la historia: la conocida como *Hipótesis de Riemann*. Bernhard Riemann, en su trabajo, conjeturó una hipótesis que generó el mayor movimiento matemático en busca de su demostración. Los trabajos de Riemann conectaron de forma elegante, y genial, la teoría de números primos con el análisis matemático, abriendo a los posteriores investigadores múltiples caminos, que a su vez han llevado a resultados sorprendentes. Pero la hipótesis de Riemann, hoy en día (Marzo de 2020), sigue sin haber sido demostrada, constituyendo el mayor de los retos para los más brillantes matemáticos. Este libro nos llevará, a través de un maravilloso viaje histórico, a comprender los trabajos de Riemann, a formular su hipótesis y a conocer todas sus implicaciones.

La Hipótesis de Riemann esconde, quizá, el mayor secreto matemático conocido. Si la hipótesis es cierta entonces deberemos ver a los números primos de una cierta manera. Pero, si es falsa, entonces deberemos verlos de otra muy diferente. No lo sabemos.

Me he decidido a escribir este libro, que trata sobre el asombroso mundo de los números primos, sus propiedades y su historia, tras conocer, durante los últimos años, una buena cantidad de literatura sobre los mismos. Literatura maravillosa, creada a partir de grandes maestros de las matemáticas a lo largo de la historia: Euclides, Euler, Gauss, Dirichlet, Riemann, Hadamard, Hardy, Littlewood, y tantos, tantos otros que irán surgiendo a lo largo de estas páginas.

Pero, más que por haber leído sobre el tema, me he decidido por la enorme atracción que, desde niño, he sentido por el mundo de los números primos, en particular, y de las matemáticas en general. No soy matemático, sino un ingeniero al que le gustan las matemáticas. Esta atracción me hace escribir aportando mis

propias reflexiones y, sobre todo, me hace escribir sobre las reflexiones de los grandes matemáticos. Porque, digámoslo ya desde ahora, los números primos no se entienden bien del todo. Ningún matemático que haya contribuido al avance en el conocimiento de los números primos, ninguno, se ha quedado satisfecho enteramente con sus aportaciones. Todos, sin excepción, han saboreado, al final de su trabajo, el ligeramente amargo sentimiento de no haber llegado al fin, de haberse quedado en el camino.

Ello no quiere decir que no se hayan realizado avances extraordinarios, de los que hablaremos a lo largo de este libro. Avances sorprendentes, inesperados totalmente, protagonizados por personas de una gran inteligencia, que nos hacen ver más luz –aunque no toda la luz- entre las sombras que existen en ese infinito conjunto de números que llamamos primos.

Es sorprendente que algo tan sencillo de expresar, que algo tan primario en el ancho mundo de las matemáticas, haya dado lugar a tan profundos estudios, a tanta literatura, a tantos teoremas, que se encuentran entre los más complicados y a la vez sutiles. Algo tan claro como los números primos, que no son más que números naturales que tienen una determinada propiedad, que los hace únicos, ha turbado el pensamiento de los mayores genios de la historia sin llegarse a comprender totalmente su naturaleza. Y es esa aureola de misterio, ese reto a la inteligencia que aparece cuando nos enfrentamos a ellos, la causa de que tantas personas se sientan atraídas. Yo entre ellas, y de forma muy intensa.

Escribir un libro sobre los números primos puede ser, en el fondo, un síntoma de frustración. Podemos pensar que, ya que no se avanza como quisiéramos en el conocimiento de su última naturaleza, llegando a entenderlos de forma completa, se avanza al menos en todo aquello que los rodea: su historia, el conocimiento de sus propiedades, su relación con otras materias y las derivaciones a las que han dado lugar en otras disciplinas diferentes a las matemáticas.

A lo largo de la historia ha habido excelentes matemáticos parcialmente frustrados al no alcanzar las metas que se habían propuesto, que iremos conociendo a lo largo de los capítulos. Y también, e igualmente excelentes, matemáticos más prudentes, que no han querido abordar esta materia por el miedo a encontrarse ante una cima imposible de escalar, para acabar humillados tras un ímprobo esfuerzo. Tantos antes han fracasado que cualquier matemático, antes de abordar

una nueva vía de escalada, se lo piensa detenidamente, no vaya a ser que el esfuerzo consuma sus energías durante años de trabajo, con el elevado riesgo de no llegar a nada nuevo.

Esto último nos lleva a una pregunta. ¿Es éste un libro complicado? No, si los lectores no quieren. Este libro no es para matemáticos profesionales, sino para estudiantes de matemáticas, o aficionados a las mismas. Los números primos son consustanciales con nosotros, por lo que entenderlos, en un principio, no debe plantear ningún problema. Toda la teoría matemática que los rodea puede ser más o menos profunda, pero no inaccesible para el lector medio si se aborda desde el punto de vista adecuado. Un nivel de bachillerato, o de primer curso de carrera universitaria técnica, son suficientes para entender este libro en su totalidad.

Para preparar la lectura de algunos capítulos dedico a los lectores introducciones y presentaciones de los conceptos y herramientas matemáticas que harán falta para entender mejor el contenido de la materia. Lo que no deben hacer los lectores es ojear el libro de forma rápida, o saltar a capítulos centrales o finales con las ganas de avanzar. Esto será frustrante, pues no entenderá muchas cosas, al caer sobre él las ecuaciones como pesadas piedras. Una ecuación entendida es un tesoro. Una no entendida es una carga, que desanima mucho. Por tanto, es mejor ir capítulo a capítulo, sin querer hacer atajos. Al final de cada capítulo, para los lectores más curiosos, incluyo unas notas con aclaraciones y profundizaciones sobre puntos ya comentados, así como con las referencias hechas a otros autores.

Los números primos, en sí mismos, son misteriosos y atractivos. Pero también es atractiva la historia de las matemáticas que, desde Euclides en el siglo III A. C., hasta hoy, conocemos. No menos de veinte grandes matemáticos, e incontables medianos han dedicado parte de sus vidas a entender y, sobre todo, a intentar explicar, qué patrón siguen los números primos entre los números naturales. Pero si tuviera que destacar a cuatro me quedaría con Euclides, Euler, Gauss y Riemann. Ellos son los auténticos pilares en los que todos los demás matemáticos han apoyado su trabajo que, aunque siendo excelente, no llega al grado de genialidad de los primeros.

A lo largo de los capítulos descubriremos el ambiente matemático de las grandes universidades y centros de investigación históricos y actuales, donde trabajó la pléyade de hombres y mujeres cautivados por los números primos. Nos

moveremos por países y continentes: Grecia al principio, Europa hasta mediados del siglo XX y América hasta nuestros días. Conoceremos su obra, cómo se interpretó en su día, las escuelas que crearon y los discípulos que tuvieron. Por tanto, este libro no es puramente matemático, sino a la vez histórico.

La historia está plagada de cambios, guerras y culturas. Debemos entender el marco histórico en el que vivieron nuestros personajes, principalmente entre los siglos XVIII y XXI. Los matemáticos, gente normal por otra parte, aún centrados en su investigación, vivieron circunstancias que afectaron a su trabajo. Conocer la historia de las matemáticas es conocer la historia de los países. Países con matemáticos de renombre han sido, y son hoy en día, países fuertes. Y viceversa. Por tanto, el estudio, la afición a las matemáticas, son claves en las sociedades. Las matemáticas no es una materia para dar éxitos a corto plazo. Sus avances se cuentan por unidades de años, decenios o siglos. Ser matemático equivale a ser paciente. Las sociedades que aspiran a que todo sea cortoplacista no dan cabida a las matemáticas. Eso deberíamos tenerlo bien claro.

Finalmente, me he atrevido con este libro porque, en el fondo, me lo paso muy bien escribiendo sobre un tema para mí muy atractivo y profundo. Un tema, los números primos, que ha atravesado de principio a fin la investigación matemática durante más de veintitrés siglos y que aún no se conoce bien. Los números primos unen los conceptos más sencillos, como el hecho de contar, con los aspectos más profundos del análisis matemático. En ellos hay escondidas unas reglas que aún son misteriosas. Con ellos se han enfrentado los mayores genios. Pero, al ser en sí mismos tan sencillos, aparentemente, atraen con fuerza al que se inicia en su conocimiento y naturaleza, al descubrir las facetas de un desconocido y sorprendente poliedro. Ante la aproximación a los números primos todos nos sentimos descubridores.

Voy a darle la mano a los lectores, y a llevarlos, espero que cómodamente, paseando por un camino armonioso, tranquilo, pacífico, soleado, asomándonos a paisajes fantásticos del conocimiento matemático y sus figuras. Un camino muy, muy largo, que empezó hace muchos siglos y al que le queda aún mucho por ser andado. Un viaje de conocimiento, a la búsqueda de la ley que gobierna el comportamiento de los números primos. Un viaje de aventura. Disfrutemos juntos. Yo, por haber escrito este libro, y los lectores, eso deseo, incorporándose

## Introducción

---

a ese conjunto de curiosos descubridores de esos entes pequeños, simples, pero importantísimos en las matemáticas, llamados números primos.

¿Vale la pena leer este libro? ¿Vale la pena emplear un tiempo, siempre escaso, en conocer cosas que, a primera vista, pudieran parecer inútiles? Existe un mundo limpio, honrado, coherente y agradecido, que no defrauda. Un mundo consistente, de causas y efectos. De promesas que siempre se cumplen, sin deudas ni hipotecas. Un mundo calmado y amigable. Es el limpio mundo de las matemáticas. Merece la pena asomarse a él.

Solo quiero añadir una cosa más. Como siempre se dice en cualquier introducción que se precie, y sin que ello sea retórico, todos los errores que pueda haber en este libro son solo míos. Quizá, en algún caso, me he alejado del rigor que las matemáticas exigen. Lo he hecho en favor de una mejor comprensión. Deseo que los amables lectores me disculpen, y que se lo pasen al leerlo tan bien como yo al escribirlo. Gracias.

José Luis Pérez Baeza

2016 – Isla de Formentera

2020 - Barcelona

**PARA SEGUIR LEYENDO PUEDE COMPRAR EL LIBRO EN TAPA DURA EN  
LOS ENLACES SEÑALADOS EN ESTA WEB. MUCHAS GRACIAS**